Şcoala Gimnazială

„Sfântul Vasile”, Ploieşti

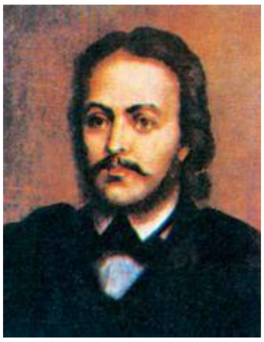
Concursul interjudeţean
de matematică
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”

Ediţia a X-a

8 aprilie 2017

Clasa a V-a

Gheorghe Lazăr



Întemeietorul învăţământului matematic în limba română

Problemele au fost selectate de prof. Tatiana Pană şi prof. Florina Popa, Şcoala Gimnazială “Sfântul Vasile”, Ploieşti.

Notă: Timpul efectiv de lucru este de 2 ore. Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 10 puncte.

La problemele 1-10 alege varianta corectă şi haşurează pe foaia de concurs.

1. Dintr-un miliard scădem numărul $A = 3479 \cdot 7856 + 65210000 + 2144 \cdot 3479$. Rezultatul obţinut este egal cu:

A) $9 \cdot 10^7$ B) 0 C) $9 \cdot 10^8$ D) 99999999 E) alt răspuns

2. Dacă $\overline{200x} = 3 \cdot x \cdot \overline{abc}$ şi a + b = c, atunci suma cifrelor x, a, b, c este egală cu:

A) 20 B) 21 C) 19 D) 18 E) alt răspuns

3. Se dă numărul $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2017 + 10075$. Restul împărţirii numărului A la 4030 este egal cu:

A) 2015 B) 2025 C) 2035 D) 2045 E) alt răspuns

4. Se dă ecuaţia:

$(2^x)^2 \cdot 3^{x+27} : 27^9 + 6^x \cdot 2^{x+2017} : ((2^7)^{12})^{24} : 2 + 4^x \cdot 3^x \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 + 12^0 \cdot 13 = 2017$
$x \in \mathbb{N}$. Valoarea numărului natural x este egală cu :

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) alt răspuns

5. Dacă m şi n sunt numere naturale astfel ca $2016^m = 6^n + 2010$, atunci produsul $(m+2)\cdot(n+3)$ este egal cu :

A) 24 B) 28 C) 36 D) 56 E) alt răspuns

6. Fie mulţimea $A = \{\overline{xyz} \,/\, x\cdot(x+1) + y\cdot(y+1) + z\cdot(z+1) = p^4, \text{p număr prim}\}$. Cardinalul mulţimii A este egal cu:

A) 6 B) 3 C) 5 D) 4 E) alt răspuns

7. Ştiind ca numerele $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n + 57$ si $b = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot m + 58$ sunt numere naturale pătrate perfecte, n, m sunt numere naturale nenule, atunci numărul $m^2 + n^2$ este egal cu:

A) 5 B) 20 C) 25 D) 10 E) alt răspuns

8. Numerele a $= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 16 \cdot 17$ si b $= 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot 18 \cdot 19$ dau acelaşi rest, nenul, la împărţirea la numărul natural prim c. Cel mai mic număr c cu proprietatea dată este egal cu:

A) 17 B) 19 C) 11 D) 31 E) alt răspuns

9. Fie n un număr natural cu proprietatea că, împărţindu-l la 11 se obţine un cât egal cu restul împărţirii lui n la 13, iar împărţindu-l la 13 obţinem câtul egal cu restul împărţirii lui n la 11. Suma tuturor numerelor n cu propietatea data este egală cu:

A) 213 B) 207 C) 201 D) 216 E) alt răspuns

10. Pe Insula Rechinilor s-au retras la pensie piraţii răniţi în bătălii. La recensământul făcut de Guvernator s-a constatat că: 127 de piraţi au câte un picior de lemn; 87 au bandaj la un ochi; 17 au cârlig la o mână şi bandaj la un ochi; 97 au cârlig la o mână; 23 au un picior de lemn şi bandaj la un ochi; 12 au atât cârlig la o mână, cât şi un picior de lemn; 4 au un picior de lemn, bandaj la ochi şi cârlig la o mână. Numărul piraţilor care s-au retras la pensie pe Insula Rechinilor este egal cu:

A) 350 B) 371 C) 367 D) 263 E) alt răspuns

La problemele 11-14 completează răspunsul tău pe foaia de concurs.

11. Suma termenilor șirului: 16, 45, 74, 103, . . . , 2017 este egală cu … .

12. Se dau mulţimile: A $= \{x \in \mathbf{N} \,/\, 2^{2016} \le x < 2^{3024}\}$ şi B $= \{y \in \mathbf{N} \,/\, 3^{2016} \le y < 3^{3024}\}$.

Cardinalul mulţimii A∩B este egal cu … .

13. Se dau numerele:

a $= \left[64^{15} \cdot 3^{90} - 27^{30} \cdot \left(2^{3^2}\right)^{10} + 3^{63}\right]^2 + 3^0$ şi b $= [(5^{43} - 3 \cdot 5^{42}) : 2]^2 + 5^0$.

Resul împărțirii lui *a* – *b* la 25 este egal cu … .

14. Succesorul numărului prim p pentru care $p^2 = \overline{xyzt}$ și x = y+z +t este egal cu ... .

Şcoala Gimnazială

„Sfântul Vasile”, Ploieşti

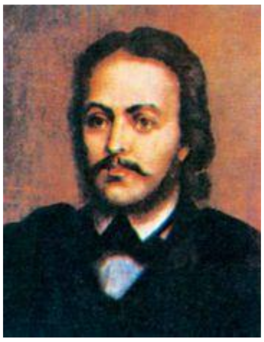
Concursul interjudeţean
de matematică
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”

Ediţia a X-a

8 aprilie 2017

Clasa a VI-a

Gheorghe Lazăr



Întemeietorul învăţământului matematic în limba română

Problemele au fost selectate de prof. Florina Popa şi prof. Tatiana Pană, Şcoala Gimnazială “Sfântul Vasile”, Ploieşti.

Notă: Timpul efectiv de lucru este de 2 ore. Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 10 puncte.

La problemele 1-10 alege varianta corectă şi haşurează pe foaia de concurs.

1. Împărţind un număr natural n la 5 obţinem restul 4, iar împărţindu-l pe n la 6 obţinem restul 5. Atunci restul împărţirii lui n la 30 este egal cu:
A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) alt răspuns

2. Dacă n este cel mai mare număr natural pentru care unghiurile $\widehat{A_1OA_2}$, $\widehat{A_2OA_3}$, $\widehat{A_3OA_4}$, … , $\widehat{A_{n-1}OA_n}$ au măsurile de 1^0, 2^0, 3^0, … , n^0, atunci măsura unghiului $\widehat{A_nOA_1}$ este egală cu:
A) 6^0 B) 7^0 C) 8^0 D) 9^0 E) alt răspuns

3. Cea mai mică valoare a numărului natural x, pentru care $\frac{3x^2+5}{2x+3} \in \mathbf{N}$, este :
A) 20 B) 21 C) 23 D) 24 E) alt răspuns

4. Unghiurile adiacente $\widehat{AOB}$ şi $\widehat{BOC}$ au bisectoarele (Ox şi (Oy perpendiculare.
Dacă $m\widehat{BOy} = 2m\widehat{BOx}$, atunci $m\widehat{AOB}$ este egală cu:
A) 60^0 B) 45^0 C) 30^0 D) 120^0 E) alt răspuns

5. Se dă $\frac{a}{b} = 0,(6)$ şi proporţia $\frac{x}{x+2} = \frac{2^{2017}-2^{2015}}{2+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2015}} \cdot \frac{7a-4b}{a+b}$. Valoarea numărului x este egală cu:
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) alt răspuns

6. Cel mai mic număr de elevi care se pot încolona câte 6, câte 8, câte 12, câte 18 sau câte 24, în aşa fel încât, de fiecare data, rămân 5 elevi neîncolonaţi, este egal cu:
A) 65 B) 77 C) 151 D) 113 E) alt răspuns

7. În triunghiul ABC, $m(\widehat{B}) = 3 \cdot m(\widehat{A})$. Mediatoarea laturii BC, taie pe AC în E. Dacă AB=BE, atunci $m(\hat{C})$ este egală cu:

A) 16^0 B) 24^0 C) 20^0 D) 32^0 E) alt răspuns

8. Se dau a, b, c $\in \mathbf{Q}_+^*$ astfel ca $\frac{3a}{2b+5c} = \frac{2b}{3a+5c} = \frac{5c}{3a+2b}$. Atunci valoarea raportului $\frac{a+3b+2c}{a+3b-2c}$ este egală cu:

A) $\frac{61}{49}$ B) $\frac{67}{43}$ C) $\frac{11}{3}$ D) $\frac{21}{13}$ E) alt răspuns

9. În triunghiul dreptunghic ABC ($m\widehat{BAC} = 90^0$), se ia punctul M pe ipotenuză. Perpendiculara în M pe BC taie pe AC în Q şi pe AB în P, iar dreptele BQ şi CP se intersectează în T. Atunci măsura unghiului $\widehat{BTC}$ este egală cu:

A) 30^0 B) 45^0 C) 60^0 D) 90^0 E) alt răspuns

10. Dacă $\overline{0,x(y)} = \frac{2,(6)}{9x+y+1}$, atunci numărul 2x+3y este egal cu:

A) 17 B) 20 C) 24 D) 13 E) alt răspuns

La problemele 11-14 completează răspunsul tău pe foaia de concurs.

11. Triunghiurile ABC şi DBC au vârfurile A şi D în acelaşi semiplan faţă de latura comună BC. Dacă $m\widehat{ABC} = 80^0 = 2 \cdot m\widehat{DBC}$ şi $m\widehat{ACB} = 60^0 = 2 \cdot m\widehat{DCB}$, atunci $m\widehat{BDA}$ este egală cu … .

12. Două furnici Aurica și Bilica se află la 100m una de alta. Prima merge cu 4 cm/sec, a doua cu 6 cm/secunda. Ele pornesc simultan una spre alta. În același timp, musca Milica, ce zboară cu 1 m /secundă, porneşte din acelaşi loc ca furnica Aurica și merge până la furnica Bilica, se întoarce la Aurica, și tot așa până se întâlnesc toate trei. Numărul de km parcurşi de musca Milica este egal cu ... .

13. Fie punctele A, B, C, D, coliniare, în această ordine, şi O un punct nesituat pe dreapta AB, astfel încât fiecare dintre măsurile unghiurile $\widehat{AOB}, \widehat{BOC}, \widehat{COD}$ și $\widehat{ODA}$ este media aritmetică a măsurilor celorlalte trei unghiuri, iar măsura unghiului $\widehat{OAD}$ este semisuma celor patru măsuri ale unghiurilor de mai sus. Atunci raportul $\frac{BC}{AO}$ este egal cu … .

14. Se dau numerele prime p și q, cu p< q <100, astfel încât $p^2 + q^2 = 7202$. Atunci suma numerelor p și q este egală cu ... .

Şcoala Gimnazială

„Sfântul Vasile”, Ploieşti

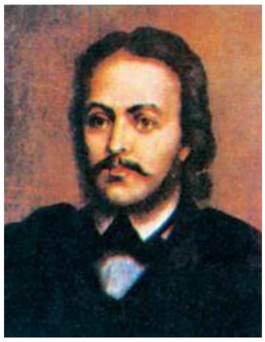
Concursul interjudeţean
de matematică
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”

Ediţia a X-a

8 aprilie 2017

Clasa a VII-a

Gheorghe Lazăr



Întemeietorul învăţământului matematic în limba română

Problemele au fost selectate de prof. Ilarie Lazăr şi prof. Tatiana Pană, Şcoala Gimnazială “Sfântul Vasile”, Ploieşti.

Notă: Timpul efectiv de lucru este de 2 ore. Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 10 puncte.

La problemele 1-10 alege varianta corectă şi haşurează pe foaia de concurs.

1. Fie $A = \{x \text{ cifră } / \overline{x9}\cdot\overline{x1} + 16 \text{ este pătrat perfect}\}$. Cardinalul mulţimii A este egal cu:
A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) alt răspuns

2. Suma numerelor naturale a, b, c, d cu $a < b < c < d$ pentru care $\sqrt{a\cdot b\cdot c\cdot d + 932} = 147$, este egală cu ...
A)78 B) 82 C) 84 D) 86 E) alt răspuns

3. Un trapez are baza mare de lungime $5x + 4y + 3z$ şi baza mica de lungime $x + 2y + 3z$, iar înălţimea este cât o treime din linia mijlocie (x, y, z sunt numere reale strict pozitive).
Dacă $x^2 + y^2 + z^2 = 42$ şi $x\cdot(y + z) = 51 - yz$, atunci aria trapezului este egală cu …
A) 507 B) 363 C) 768 D) 432 E) alt răspuns

4. Dacă $A = (2^{2017} - 2^{2016} + 2^{2015} - 2^{2014} + 2^{2013} - 2^{2012} + \ldots + 2^{2003} - 2^{2002}) : 8^{667}$, atunci 3A este egal cu:
$2^{17} - 2$ $2^{16} - 1$ 2^{16} $2^{16} + 1$ E) alt răspuns

5. În triunghiul ABC G este centrul de greutate şi M este mijlocul laturii BC. Dacă aria triunghiului BMG este de 5 cm^2, atunci aria triunghiului ABC este egală cu:

A) 25 cm^2 B) 35 cm^2 C) 15 cm^2 D) 10cm^2 E) alt răspuns

6. Numărul p este prim și are proprietățile: $p = \sqrt{\overline{xyzt}}$, $x + t = y$, și $z = 2y$.
Atunci p se află între numerele :

A) 30 şi 40 B) 41 şi 49 C) 50 şi 60 D) 61 şi 80 E) alt răspuns

7. În triunghiul ABC $m\widehat{A} = 90^0$ şi $m\widehat{B} = 20^0$. Pe latura AB se iau punctele D şi E astfel ca $m\widehat{ACD} = m\widehat{BCE} = 50^0$. Atunci valoarea raportului $\frac{AD}{BE}$ este egală cu…

A) 0,(3) B) 0,3 C) 0,5 D) 0,(6) E) alt răspuns

8. Dacă $A = 2017 \cdot \left(\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \ldots + \frac{1}{2015\cdot 2017}\right)$ a atunci A se divide cu:

A) 5 B) 7 C) 11 D) 2016 E)alt răspuns

9. Triunghiul ABC are AB = c, AC = b, BC = a.

Dacă $\sqrt{a^2 - 6a+13} + \sqrt{b^2 - 8b+32} + \sqrt{c^2 - 10c+61}=12$, atunci aria triunghiului este:

A) 6 B) 16 C) 10 D) 12 E) alt răspuns

10. Dacă M este un punct pe latura BC a triunghiului ABC astfel ca $\frac{BM}{MC} = \frac{2}{3}$ şi aria triunghiului ABM este de 24 cm^2, atunci aria triunghiului ABC este egală cu:

A) 48 cm^2 B) 36 cm^2 C) 60 cm^2 D) 84 cm^2 E) alt răspuns

La problemele 11-14 completează răspunsul tău pe foaia de concurs.

11. În triunghiul ABC cu AB=$2\sqrt{5}$ cm, AC=$4\sqrt{5}$ cm şi BC = $2\sqrt{15}$ cm se construieşte bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$ care intersectează latura BC în E. Lungimea segmentului AE este egală cu …

12. Un triunghi are lungimile laturilor de 8 cm, 15 cm, 17 cm. Atunci cea mai mare dintre lungimile înălţimilor triunghiului este egală cu …

13. Fie ΔABC , D mijlocul [BC],astfel încât m($\widehat{DAC}$) =15°, m($\widehat{ACB}$)=30°.

Măsura unghiului $\widehat{ABC}$ este egală cu ...

14. Numărul valorilor întregi ale lui a pentru care $a + 2 \le 4\sqrt{a+7}$ este egal cu:

Şcoala Gimnazială

„Sfântul Vasile”, Ploieşti

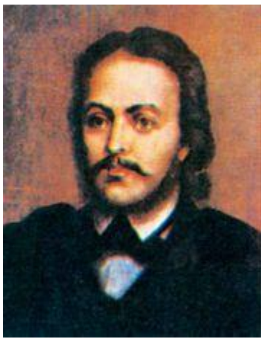
Concursul interjudeţean
de matematică
„DISCIPOLII LUI LAZĂR”

Ediţia a X-a

8 aprilie 2017

Clasa a VIII-a

Gheorghe Lazăr



Întemeietorul învățământului
matematic în limba română

La elaborarea subiectelor a contribuit prof. Gabriel Ţaga, Colegiul Naţional “Mihai Viteazul”, Ploieşti

Probleme selectate de prof. Ilarie Lazăr şi prof. Tatiana Pană, Şcoala Gimnazială “Sfântul Vasile”, Ploieşti.

Notă: Timpul efectiv de lucru este de 2 ore. Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 10 puncte.

La problemele 1-10 alege varianta corectă şi haşurează pe foaia de concurs.

1. Fie funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x\sqrt{5} + 3$ şi un punct M(a ; b) situat pe graficul funcţiei, cu a şi b numere rationale. Atunci numărul $3 \cdot (a+1)^2 + 2 \cdot b^2$ este egal cu:

A) 30 B) 79 C) 62 D) 21 E) alt răspuns

2. Suma numerelor întregi n, pentru care $\sqrt{n^2 - 10n + 2}$ este număr rational, este egală cu:

A) 17 B) 23 C) 10 D) 14 E) alt răspuns

3. Dacă $x + \frac{1}{y} = 3$ şi $y + \frac{1}{x} = 6$, atunci $\frac{x}{y}$ este:

A) 0,2 B) 0,(3) C) 0,5 D) 0,25 E) alt răspuns

4. Fie cubul ABCDA\`B\`C\`D\`. Sinusul unghiului dintre dreapta BD’ și planul (ACD’) este :

A) 0,2 B) 0,3 C) 0,(3) D) 0,(6) E) alt răspuns

5. În sala de festivități a unei Universități, în formă de paralelipiped dreptunghic, cu dimensiunile L=30m, l=20m si h=4m, sunt 24 de calorifere. Pentru o sufragerie de apartament cu aceeași formă şi dimensiunile 4m, 5m şi 2,5m e nevoie de un singur calorifer.
De câte calorifere mai e nevoie în sala de festivități pentru a fi la fel de cald ca în sufragerie?
(numărul de calorifere necesar e direct proporțional cu volumul sălii).

A) 48 B) 24 C) 36 D) 12 E) alt răspuns

6. În sala de festivităţi din problema precedentă, notată ABCDA\`B\`C\`D\`, o furnică pleacă din punctul A al podelei, urcă pe unul din pereţi şi ajunge pe tavan în punctul C'. Drumul cel mai scurt parcurs de furnică are lungimea de:

A) $4\sqrt{71}$ m B) $6\sqrt{41}$ m C) $2\sqrt{629}$ m D) $2\sqrt{89}$ m E) alt răspuns

7. Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ și $x^2 + y^2 + 5x - 3y + 9 = \frac{1}{2}$, atunci valoarea sumei x + y este:

A) -1 B) 1 C) -2 D) 2 E) alt răspuns

8. Fie triunghiul ABC isoscel, AB=AC, cu punctul B într-un plan α, iar A şi C de aceeaşi parte a planului α. Notăm cu A' şi C' proiecţiile punctelor A, respectiv C, pe planul α. Dacă CC'=3, măsura unghiului format de BC cu α este de 30^0, aria triunghiului ABC este 12 şi d(A, BC) este egală cu d(A, α), atunci perimetrul triunghiului A'BC' este egal cu:

A) $12 + 6\sqrt{3}$ B) $3 + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$ C) $3 + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$ D) 24 E) alt răspuns

9. În problema de mai sus (8), cosinusul unghiului dintre planele (ABA') și (BCC') este egal cu:

A) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{\sqrt{148}}{24}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{12}$ E) alt răspuns

10. Dacă numărul p este prim, astfel încât $p = \sqrt{xtyz}$ și $x^2-y^2-z^2-t^2=2(yz+zt+yt)$, atunci p se află în intervalul:

A) [30,40], B) [41,50] C) [51,60] D) [61,80], E) alt răspuns

La problemele 11-14 completează răspunsul tău pe foaia de concurs.

11. În prisma triunghiulară regulată dreaptă ABCA'B'C', cu AB = 6 cm şi AA' = 12 cm se iau punctele M şi P pe muchia CC' astfel ca CM = MP = PC'. Sinusul unghiului format de dreptele BM şi A'P este egal cu … .

12. În tetraedrul regulat ABCD, de latură *a* notăm cu M și N mijloacele muchiilor BC şi respectiv AD. Atunci lungimea segmentului MN, bimediana tetraedrului, este egală cu … .

13. În cadrul programului ,,Şcoala altfel", elevii unei clase s-au deplasat la Târgu Jiu, unde au fost cazați la Vila "Europa". Dacă elevii ar fi fost cazați câte 2 în cameră, ar fi rămas 8 elevi fără cazare, aşa încât elevii au fost cazaţi câte 3 în cameră și a mai rămas o camera liberă pentru profesorii însoțitori. Numărul elevilor a fost mai mare decît numărul camerelor cu … .

14. Fie numerele prime p, q, r, $p \leq q \leq r$, astfel încât $p^4 + q^4 + r^4 = 84162$. Atunci suma p+q+r este egală cu .. .